

## Problema 2 - Network

Stud. Andrei Heidelbacher  
Universitatea Politehnica Timișoara

### Soluția 1 – 20 de puncte

Dacă rețeaua de calculatoare ar fi un graf orientat aciclic, putem scrie o dinamică de forma  $D[x][b]$ , semnificând probabilitatea ca un bit de valoare  $b$  să fie transmis corect de la nodul  $x$  la nodul  $V$ . Pentru un nod  $x$  cu muchiile  $(x \rightarrow y_1, p_{0\_1}, p_{1\_1}), \dots, (x \rightarrow y_k, p_{0\_k}, p_{1\_k})$ , recurența va fi de forma:  $D[x][b] = 1 / k * \text{suma din } (D[y_i][b] * p_{b\_i} + (1 - D[y_i][b^1]) * (1 - p_{(b^1)\_i}))$ . Cele două componente ale sumei au următoarea semnificație: probabilitatea ca bitul  $b$  să fie transmis corect pe muchia  $x \rightarrow y_i$ , și apoi să fie transmis corect de la  $y_i$  la  $V$ , respectiv probabilitatea ca bitul  $b$  să fie transmis incorect pe muchia  $x \rightarrow y_i$ , și apoi să fie transmis incorect de la  $y_i$  la  $V$  (dacă este transmis incorect de un număr par de ori până la nodul  $V$ , înseamnă că, de fapt, ajunge valoarea corectă). Cazul de bază este  $D[V - 1][0] = D[V - 1][1] = 1$ .

Această soluție are complexitatea  $O(V + E)$ .

### Soluția 2 – 40 de puncte

Dacă rețeaua de calculatoare ar fi un graf orientat oarecare, dar cu număr mai mic de noduri, am putea scrie aceeași dinamică și să construim un sistem cu  $2 * V$  variabile și  $2 * V$  ecuații. Acest sistem îl putem rezolva în timp  $O(V^3)$  cu algoritmul lui Gauss.

### Soluția 3 – 100 de puncte

Pentru a obține punctaj maxim, vom construi graful componentelor tare conexe și vom selecta o componentă tare conexă cu gradul de ieșire 0. Observăm că variabilele din interiorul acestei componente tare conexe nu depind decât de alte variabile din cadrul aceleiași componente tare conexe, și astfel putem să rezolvăm un subsistem mai mic. Odată rezolvată această componentă, putem trata toate variabilele ei ca niște constante, să actualizăm sistemele corespunzătoare celorlalte componente și să ștergem componenta din graf. Reluăm procedeul până când rezolvăm toate componentele. Această soluție are complexitate  $O(K^3 * V / K + E) = O(V * K^2 + E)$ , unde  $K$  este dimensiunea maximă a unei componente tare conexe.